

Matematika a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát

csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulókat gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Az iskola tankönyvválasztásának szempontjai

A szakmai munkaközösségek a tankönyvek, taneszközök kiválasztásánál a következő szempontokat veszik figyelembe:

- a taneszköz feleljen meg az iskola helyi tantervének;
- a taneszköz legyen jól tanítható, jól tanulható;

- a taneszköz nyomdai kivitelezése legyen alkalmas a tantárgy óraszámának és igényeinek megfelelő használatra több tanéven keresztül;
- a taneszköz minősége, megjelenése legyen alkalmas a diákok esztétikai érzékének fejlesztésére, nevelje a diákokat igényességre, precíz munkavégzésre, a taneszköz állapotának megóvására;

Előnyben kell részesíteni azokat a taneszközöket:

- amelyek több éven keresztül használhatók;
- amelyek egymásra épülő tantárgyi rendszerek, tankönyvcsaládok, sorozatok tagjai;
- amelyekhez megfelelő nyomtatott kiegészítő taneszközök állnak rendelkezésre (pl. munkafüzet, tudásszintmérő, feladatgyűjtemény, gyakorló);
- amelyekhez rendelkezésre áll olyan digitális tananyag, amely interaktív táblán segíti az órai munkát pl. feladatok, videók, animációk, 3D modellek, szerkesztő és grafikonrajzoló, statisztikai programok, interaktív feladatok, számonkérési lehetőségek, játékok stb. segítségével.
- amelyekhez olyan hozzáférés biztosított, amely az iskolában használt digitális eszközöket és tartalmakat interneten keresztül a diákok otthoni tanulásához is nyújtani tudja.

| | A tantárgy heti óraszám | A tantárgy éves óraszám |
|---------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 9. évfolyam | 3 | 108 |
| 10. évfolyam | 3 | 108 |
| 11. évfolyam | 3 | 108 |
| 12. évfolyam | 3 | 93 |

9–10. évfolyam

Ez a matematika kerettanterv mindazon tanulóknak szól, akik a 9. osztályban még nem választottak matematikából emelt szintű képzést. Azoknak is, akik majd később, fakultáción akarnak felkészülni matematikaigényes pályákra, és természetesen azoknak is, akiknek a középiskola után nem lesz rendszeres kapcsolatuk a matematikával, de egész életükben hatni fog, hogy itt milyen készségeik alakultak ki a problémamegoldásban, a rendszerező, elemző gondolkodásban. Ezeket a tanulókat ebben az időszakban lehet megnyerni a gazdasági fejlődés szempontjából meghatározó fontosságú természettudományos, műszaki, informatikai pályáknak.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül, úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.) A felsorolt célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek, ezért is fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet.

A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulóknak előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt. (A tantervben *dőlt* betűvel szerepelnek ezek a részek.)

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat évfolyamonként a táblázatok tartalmazzák.

9. évfolyam

| Tematikai egység címe | órakeret |
|---|----------|
| 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | 10 óra |
| 2. Számтан, algebra | 40 óra |
| 3. Összefüggések, függvények, sorozatok | 16 óra |
| 4. Geometria | 30 óra |
| 5. Valószínűség, statisztika | 6 óra |
| Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret | 6 óra |
| Az összes óraszám | 108 óra |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | Órakeret 10 óra |
|---|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfelnevelés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|---------------------|
| Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i> | Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal. | |

| | | |
|--|--|---|
| Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés. | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása. |
| Alaphalmaz és komplementer halmaz. | Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása. | <i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba. |
| A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története. | A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen. | <i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel). |
| Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése. | Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz. | |
| Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos). | Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz). | <i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. |
| Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.) | Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található | |

| | | |
|--|--|---|
| | matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése. | |
| Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.) | Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés. | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés. |
| A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytított mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai. | A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata. | |
| A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés). | Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése. | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel. |

| | | |
|--|---|--|
| <p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p> | <p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p> | |
| <p>Bizonyítás.</p> | <p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p> | <p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p> |
| <p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.</p> | <p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p> | <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p> |
| <p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p> | <p>Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás.</p> | |

| | | |
|--|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számtan, algebra | Órakeret 40 óra |
| Előzetes tudás | Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. | |
| A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|----------------------------|
| Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész. Mersenne, Euler, Fermat) | A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés. | |
| Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. | Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése. | |

| | | |
|--|--|---|
| Permanencia-elv. | | |
| A hatványozás azonosságai. | Korábbi ismeretekre való emlékezés. | |
| Számok abszolút értéke. | Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval). | <i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése. |
| Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János. | A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása. | <i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei. |
| Számok normálalakja. | Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem. |
| Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata. | Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása. | |
| $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$ polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma. | Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. | <i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel). |
| Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört | Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel). | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. |

| | | |
|---|--|---|
| értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása. | | |
| Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). Egyszerű egyenletek paraméterrel. | Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása. | |
| Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer). | <i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. |
| Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból. | Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Fizika:</i> kinematika, |

| | | |
|---|---|---|
| | a valósággal (lehetséges-e?). | dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok. |
| Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből. | A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján. | <i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.. |
| Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $ x + c = ax + b.$ | Definíciókra való emlékezés. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Összefüggések, függvények, sorozatok | Órakeret 16 óra |
| Előzetes tudás | Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|---|
| A függvény megadása, elemi tulajdonságai. | Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára. | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel. |
| A lineáris függvény, lineáris | Táblázatok készítése adott | <i>Fizika:</i> időben lineáris |

| | | |
|---|--|---|
| kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosságot leíró függvény. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. | szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapiakban (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében. | folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés. |
| Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto a x - u + v$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$). | Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok). | |
| Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x - u)^2 + v$ alak segítségével. | Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata. | <i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. |
| A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai. | Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok). | |
| A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai. | Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok). | <i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. |
| Függvények alkalmazása. | Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). | <i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. |

| | | |
|--|--|--|
| | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | |
| Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása. | Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata. | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számítási feladatok.</i> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Geometria | Órakeret 30 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|------------------|----------------------------------|----------------------------|
|------------------|----------------------------------|----------------------------|

| | | |
|--|--|--|
| Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.) | Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése. | |
| A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül). | A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). |
| Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge. | Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. | |
| Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. | Fogalmak pontos ismerete. | <i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok. |
| A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján). | Együttváltozó mennyiségek összetartozó adtpárjainak vizsgálata. | <i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között. |
| A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján). | Együttváltozó mennyiségek összetartozó adtpárjainak vizsgálata. | |
| A szög mérése. A szög | Mérés, mérési elvek | <i>Fizika:</i> szögsebesség, |

| | | |
|--|--|---|
| ívmértéke. | megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám. | körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás. |
| Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika mint kulturális örökség. | Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása. | |
| Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.) | Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása. | <i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre. |
| A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom. | A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása. | <i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül. |
| Egybevágóság, szimmetria. | Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája. |
| Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek. | Fogalmak alkotása specializálással. | <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. |
| Egyszerű szerkesztési feladatok. | Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok |

| | | |
|--|---|---|
| | készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés. | használata (geometriai szerkesztőprogram). |
| Vektorok összege, két vektor különbsége. | Műveleti analógiák (összeadás, kivonás). | <i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás). |
| Vektor szorzása valós számmal. | Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása. | <i>Fizika:</i> Newton II. törvénye. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet. | |

| | | |
|---|--|---------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Valószínűség, statisztika | Órakeret 6 óra |
| Előzetes tudás | Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|---|
| Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram). | Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű | <i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása |

| | | |
|---|--|--|
| | információ összekapcsolásával. Számítógép használata. | (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák. |
| Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem. | A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok. | <i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem, szórás. Gyakoriság, relatív gyakoriság. | |

| | |
|---|--|
| A fejlesztés várt eredményei a 9. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámítási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. |
| | <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok. – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére. |

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

| | |
|--|--|
| | <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none">– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.– Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.– A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. |
|--|--|

10. évfolyam

| Tematikai egység címe | órakeret |
|---|----------|
| 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | 10 óra |
| 2. Számтан, algebra | 46 óra |
| 3. Geometria | 36 óra |
| 4. Összefüggések, függvények, sorozatok | 4 óra |
| 5. Valószínűség, statisztika | 6 óra |
| Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret | 6 óra |
| Az összes óraszám | 108 óra |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | Órakeret 10 óra |
|---|--|--------------------|
| Előzetes tudás | Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|--|
| A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). | Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvék és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. | <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele. |

| | | |
|--|---|--|
| <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések.</p> | <p>Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p> | |
| <p>Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p> | <p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.</p> <p>Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p> | |
| <p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.</p> | <p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p> | <p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p> |
| <p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p> | <p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.</p> | |

| | | |
|--|---|---|
| <p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p> | <p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p> | <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p> |
| <p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.</p> | <p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p> | <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p> |
| <p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.</p> | <p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb.</p> | <p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete.</p> <p><i>Informatika:</i> problémamegoldás</p> |

| | | |
|--------------------------------|---|--|
| | szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal. | informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: pl. családfa.</i> <i>Technika, életvitel és gyakorlat: közlekedés.</i> |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számtan, algebra | Órakeret 46 óra |
|---|--|----------------------------|
| Előzetes tudás | Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Négyzetgyök fogalma. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|------------------|----------------------------------|----------------------------|
|------------------|----------------------------------|----------------------------|

| | | |
|---|--|---|
| A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. | A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. | <i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása. |
| A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. | Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata. | <i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. |
| Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok. | Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?). | <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok. |
| Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása. | Algebrai ismeretek alkalmazása. | |
| Gyökök és együtthatók összefüggései. | Önellentőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése. | |
| Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből. | Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák. | |
| Egyszerű négyzetgyökös egyenletek. $\sqrt{ax+b} = cx + d$. | Megoldások ellenőrzése. | <i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat. |
| Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő | Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is | |

| | | |
|---|---|---|
| módszer. | megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | |
| Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$). | Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. |
| Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata. | |
| Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. | Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása. | <i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényezős alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Geometria | Órakeret 36 óra |
|---|---|--------------------|
| Előzetes tudás | Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|--|
| A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószögekörív mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása). | Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). |
| Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció. | A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). |

| | | |
|---|---|--|
| Hasonló alakzatok. | A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik. | |
| A háromszögek hasonlóságának alapesetei. | Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása. | |
| A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya. | Új ismeretek matematikai alkalmazása. | <i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben. |
| Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe. | Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél. | |
| A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen. | Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell. | <i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás. |
| Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya. | Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk. | <i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik. |
| Vektorok felbontása összetevőkre. | Ismeretek mozgósítása új helyzetben. Emlékezés korábbi információkra. | <i>Fizika:</i> eredő erő, eredő összetevőkre bontása. |
| Vektorok a koordináta-rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták. | Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra. | <i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre. |
| Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és | | <i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre. |

| | | |
|---|--|--|
| kotangense. | | |
| A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben. A kiterjesztett szögfüggvényfogalom egyszerű alkalmazásai. | A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása. | <i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens. | |

| | | |
|---|--|---------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Összefüggések, függvények, sorozatok | Órakeret 4 óra |
| Előzetes tudás | Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése. A periodicitás kezelése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|-----------------------------------|
| Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok | Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása | |
| Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus | A kiterjesztés szükségességének, alapgondolatának megértése. A | <i>Fizika:</i> periodikus mozgás, |

| | | |
|--|---|--|
| alapfüggvények (sin, cos, tg) tulajdonságai. | permanencia-elv alkalmazása. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. | hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. |
| A trigonometrikus függvények alkalmazása egyszerű egyenletek megoldásában. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Trigonometrikus függvény. Periodikusság. Grafikus megoldás. | |

| | | |
|---|---|---------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Valószínűség, statisztika | Órakeret 6 óra |
| Előzetes tudás | Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapfeladatok. Százalékszámítás. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|----------------------------|
| Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése. | A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére. | |
| Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események | A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. | |

| | | |
|--|---|---|
| előállítás elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre. | | |
| Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, valószínűsége. | A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban. | <i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció. |
| A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül. | A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata. | |
| A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül. | A modell és a valóság kapcsolata. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség. | |

| | |
|--|--|
| A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására. <p><i>Számtan, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése. – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. |
|--|--|

- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A trigonometrikus függvények tulajdonságainak és grafikonjának alkalmazása egyszerű periodikus jelenségek, folyamatok vizsgálatára.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása trigonometrikus függvényeken.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

Geometria

- A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban.
- A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.
- Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt”

| | |
|--|---|
| | <p>esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.</p> <p>– A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.</p> |
|--|---|

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző- és összegzőképesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a táblázatok tartalmazzák.

11. évfolyam

| Tematikai egység címe | órakeret |
|---|----------|
| 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | 12 óra |
| 2. Számтан, algebra | 33 óra |
| 3. Geometria | 42 óra |
| 4. Valószínűség, statisztika | 15 óra |
| Összefoglalásra, gyakorlásra, ismétlésre szánt órakeret | 6 óra |
| Az összes óraszám | 108 óra |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | Órakeret 12 óra |
|---|---|--------------------|
| Előzetes tudás | Sorbarendezési, leszámplálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|---|--|
| Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál. | Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | <i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika |

| | | |
|--|---|--|
| Binomiális együtthatók. | Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában. | |
| Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet: Euler.</i> | Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. | |

| | | |
|---|--|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Számтан, algebra | Órakeret 33 óra |
| Előzetes tudás | Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás). | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|--|----------------------------|
| n-edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása. | A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása. | |
| Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén. | Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása. | |

| | | |
|---|---|---|
| Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására. | Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása. | |
| Az exponenciális függvények. | Permanenciaelv alkalmazása. | |
| A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek. | Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értécsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás). | <i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás. |
| A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe a Kepler-törvények felfedezésében. | Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása. | <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények. |
| Zsebszámológép használata, táblázat használata. | Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás. | <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok. |
| A logaritmus azonosságai. | A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése. | |
| A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük. | | |
| A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben. | | <i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. |
| A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható | Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható | <i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. |

| | | |
|--------------------------------|--|---|
| logaritmosos egyenletek. | egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás). | <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Geometria | Órakeret 42 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|-------------------------------|---|--|
| Szinusztétel, koszinusztétel. | Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). | <i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. |

| | | |
|--|--|---|
| <p>Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.</p> | <p>A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.</p> | |
| <p>Egyszerű trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.</p> | <p>A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.</p> | <p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p> |
| <p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.</p> | <p>A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.</p> | <p><i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.</p> |
| <p>Helyvektor.</p> | <p>Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.</p> | <p><i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p> |
| <p>Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p> | <p>A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.</p> | <p><i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p> |
| <p>A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.</p> | <p>Képletek értelmezése, alkalmazása.</p> | <p><i>Fizika:</i> hely megadása.</p> |

| | | |
|--|--|--|
| Két pont távolsága, a szakasz hossza. | Képletek értelmezése, alkalmazása. | |
| A kör egyenlete. | Geometria és algebra összekapcsolása. | <i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram). |
| Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens. | Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. | <i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram). |
| Iránytangens és az egyenes meredeksége. | | <i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata. |
| A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal. | Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban. | |
| Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele. | Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). |
| Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös helyzete. | Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása). | <i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram). |
| A kör adott pontjában húzott érintője. | A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása. | <i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram). |
| A koordináta geometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában. | Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek | |

| | |
|--|-----------------------|
| | megfelelő ponthalmaz. |
|--|-----------------------|

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Valószínűség, statisztika | Órakeret 15 óra |
|---|--|--------------------|
| Előzetes tudás | A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|--|
| Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre. | A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. | <i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel. |
| A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről. | A modell és a valóság kapcsolata. | |
| Egyszerű valószínűség-számítási problémák. | Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása. | <i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége. |

| | | |
|--|---|--|
| Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel. | Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege. | <i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás). |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell. | |

| | |
|--|--|
| A fejlesztés várt eredményei a 11. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,. – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete. – A logaritmus fogalmának ismerete. – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából. – Egyszerű exponenciális és logaritmosos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése. – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával. – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban. <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása. – Függvénytranszformációk végrehajtása. – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete. – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése. – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok |
|--|--|

felhasználhatóságáról.

Geometria

- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
- A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- Hosszúság és szög kiszámítása.
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

Valószínűség, statisztika

- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

12. évfolyam

| Tematikai egység címe | órakeret |
|--|----------|
| 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | 3 óra |
| 2. Összefüggések, függvények, sorozatok | 14 óra |
| 3. Geometria | 22 óra |
| 4. Valószínűség, statisztika | 6 óra |
| 5. Rendszerező összefoglalás, érettségire készülés | 44 óra |
| 6. Kisérettségi (az év zárása) | 4 óra |
| Az összes óraszám | 93 óra |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 1. Gondolkodási és megismerési módszerek | Órakeret 3 óra |
|---|---|-------------------|
| Előzetes tudás | Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|--|---------------------|
| Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”, „akkor és csak akkor” . | Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk | |

| | | |
|---|--|---|
| | felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése. | |
| Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok. | Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések – események). | <i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok |
| A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban. | | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Logikai művelet. Igazságtáblázat. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 2. Összefüggések, függvények, sorozatok | Órakeret 14 óra |
| Előzetes tudás | Függvénytani alapfogalmak. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|--|---|
| A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci. | Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. | <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése. |
| Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. | A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. | |

| | | |
|--|--|--|
| <i>Matematikatörténet:</i> Gauss. | | |
| Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. | A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása. | <i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata. |
| Kamatoskamat-számítás. | Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása. | <i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 3. Geometria | Órakeret 22 óra |
|---|---|----------------------------|
| Előzetes tudás | Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|---|
| Síkidomok kerületének és területének számítása. | Ismeretek alkalmazása. | <i>Földrajz:</i> felszínszámítás. |
| Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb. | A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek). | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok. |
| A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. | A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása. | <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program). |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Terület, felszín, térfogat. | |

| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 4. Valószínűség, statisztika | Órakeret 6 óra |
|---|--|-------------------|
| Előzetes tudás | A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|--|---|---------------------|
| Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére. | Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre. | |
| Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, | A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus | |

| | | |
|---|--|--|
| terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal. | értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására. | |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Szórás. | |

| | | |
|---|---|----------------------------|
| Tematikai egység/ Fejlesztési cél | 5. Rendszerező összefoglalás | Órakeret 44 óra |
| Előzetes tudás | A középiskolai matematika anyaga. | |
| A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai | A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése. | |

| Ismeretek | Fejlesztési követelmények | Kapcsolódási pontok |
|---|---|---|
| <i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i> | | |
| Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai. | A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer). | |
| Állítások logikai értéke. Logikai műveletek. | Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése. | <i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Egy |

| | | |
|--|---|---|
| | | bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése. Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata. |
| A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata. | Halmazok eszközjellegű használata. | |
| Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása. | Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során. | |
| Bizonyítási módszerek. | Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése. | <i>Filozófia</i> : szillogizmusok. |
| Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal. | Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal. | |
| Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. | Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel. | |
| <i>Számтан, algebra</i> | | |
| Gyakorlati számítások. | Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés. | <i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : alapvető adózási, biztosítási, |

| | | |
|--|---|---|
| | | egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek. |
| Egyenletek és egyenlőtlenségek. | Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. | |
| Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok. | Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján. | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i> |
| Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése. | Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás. | |
| Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek. | Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása. | |
| Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása. | A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása. | |
| Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok. | Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. | <i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i> |
| <i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i> | | |
| A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. | Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, | |

| | | |
|---|---|---|
| | értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai. | |
| A tanult alapfüggvények ismerete. | Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése). | |
| Függvénytranszformációk: $f(x)+c$, $f(x+c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen. | Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk. | |
| Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint. | Emlékezés, ismeretek mozgósítása. | |
| | Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében. | <i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i> |
| <i>Geometria</i> | | |
| Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok. | | |
| Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása. | Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása. | |
| Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál. | | |
| Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák. | Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben. | |
| Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes | Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő | |

| | | |
|---|--|--|
| <p>vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.</p> | <p>összefüggések felismerése, alkalmazása.</p> | |
| <p>Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.</p> | <p>Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.</p> | |
| <p>Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.</p> | | |
| <p>Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</p> | | |
| <p>Vektorok alkalmazásai.</p> | | |
| <p>Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.</p> | <p>Geometria és algebra összekapcsolása.</p> | |
| <p><i>Valószínűség-számítás, statisztika</i></p> | | |
| <p>Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.</p> | <p>Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.</p> | <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját</p> |

| | | |
|---|--|--|
| | | jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése. |
| Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. | A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése. | <i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor. |
| Kulcsfogalmak/ fogalmak | Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell. | |

| | |
|--|--|
| A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végén | <p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben. – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése. – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben. – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából. – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése. <p><i>Számтан, algebra</i></p> <p><i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások. <p><i>Geometria</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | <p>feladatmegoldásokban.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása. – Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében. – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét. <p><i>Összességében</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat. – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat. – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni. – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket. – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni. – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket. – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére. – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége. – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire. |
|--|--|